УДК 681.3.06

Л. Б. КАЩЕЕВ, канд. техн. наук,
А. Б. КОВАНЕВ, студент НТУ «ХПИ»

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ СЛОЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ИЗ СПРАЙТОВ

В статті розглядається можливість оптимізації об'єму передачі даних по локальним мережам або Інтернету у виді зображень за рахунок кодування комбінацій окремих спрайтів. Пропонується застосування комбінаторної бази для створення комплексного критерію оцінювання компресії графічної інформації, а також нові практичні методи та формули.

В статье рассматривается возможность оптимизации объема передачи данных по локальным сетям или Интернету в виде изображений за счет кодирования комбинаций спрайтов. Предлагается использование комбинаторной базы для создания комплексного критерия оценивания компрессии графической информации, а также новые практические методы и формулы.

In the article the opportunity of optimization of the size of data transmission on local networks or the Internet due to coding combinations of sprites is considered. Use of combinatory base for creation of complex criterion of an estimation of a compression of the graphic information, and also new practical methods and formulas is proposed.

Введение. В современных информационно-аналитических центрах часто возникает необходимость дистанционно получать информацию о пространственной структуре материальных объектов, например, об их форме, деталях, принадлежности к классифицируемому виду, относительных размерах. В качестве исследуемых объектов могут выступать различного рода формируемые изображения: снимки с установленных фотокамер, визуальные образы или фотороботы людей, автомобилей, заснятые со спутника объекты природного или техногенного происхождения, космические явления и пр.

В идеальном варианте одним из основных критериев, предъявляемых к изображению, является его цифровое качество, определяемое попиксельной детализацией. Однако не всегда существует возможность или необходимость получать такое изображение, а достаточным условием для работы служат общие характеристики, по которым можно однозначно идентифицировать объект (например сравнив его с уже имеющимися в базе данных аналогами).

На рис.1 представлена диаграмма сжатия одного и того же графического изображения наиболее популярными форматами растровой и векторной графики.

Для обеспечения бесперебойного интерактивного режима даже в условиях высокоскоростных каналов связи предлагается экономить на трафике за счет разбиения изображения на спрайты.

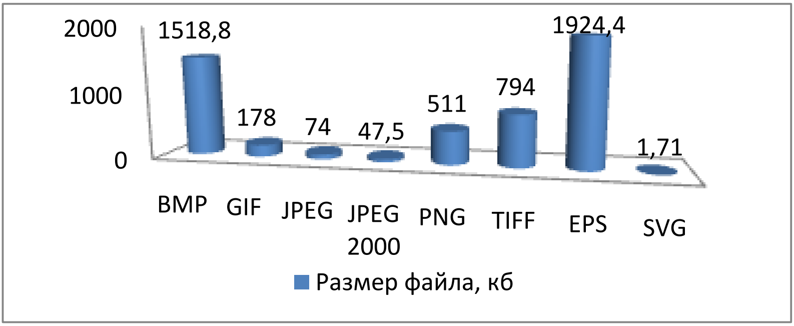

Рисунок 1 – Сжатие изображения различными графическими форматами

Наиболее простым методом для расчета объема передаваемой информации может служить выделение под каждый спрайт необходимого количество байт, идентифицирующих данный участок графического изображения.

Тогда объем закодированного по спрайтам изображения K в информативной части запроса можно посчитать по формуле:

$$K = \sum_{i=1}^{n} K_i \ . \tag{1}$$

Однако данный критерий нельзя назвать оптимальным.

Предположим, что для некоторого класса графических изображений на основе экспертных заключений считается оптимальным разделение на n спрайтов. Пусть k_i – количество различных двухмерных образцов для i -го спрайта; c_i – количество разных цветов (или оттенков). Положим, что изначально отношения между спрайтами можно представить в виде полного N -дольного графа. Тогда $K_{\max}$ – число всех подграфов N -дольного графа вычисляется по формуле:

$$K_{\max} = \prod_{i=1}^{n} c_i k_i \ . \tag{2}$$

Значение $K_{\max}$ соответствует оценке сложности изображения. Рассчитаем число r, соответствующее количеству передаваемых байт в информационной части запроса:

$$r = \frac{\ln \prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{8 \ln 2} \ . \tag{3}$$

Проанализируем, что изменится, если из N -дольного графа убрать одно ребро между вершинами $\{j, j+1\}$. Получим соотношение:

$$K_{\max} = \prod_{i=1}^{n} c_i k_i - \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_j \cdot k_{j+1}}. \tag{4}$$

Применив эту же операцию к другому ребру между теми же спрайтами, и в последствии повторив операцию над произвольными ребрами $\{l, l+1\}$ - спрайтов при условии, что $l \neq j$ и $l \neq j+1$, получим другое важное соотношение:

$$K_{\max} = \prod_{i=1}^{n} c_i k_i - m_j \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_j \cdot k_{j+1}} - m_l \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_l \cdot k_{l+1}} + m_j \cdot m_l \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_j \cdot k_{j+1} \cdot k_l \cdot k_{l+1}}, \tag{5}$$

где m_j, m_l соответствуют количеству убранных ребер на своем уровне.

Для трехмерного случая формула будет более громоздкой, однако, с точки зрения вычислений, если учесть, что алгоритмы нахождения полных подграфов с фиксированным числом вершин имеют экспоненциальную трудоемкость, такой вариант значительно экономичнее.

$$\begin{aligned} K_{\max} = {} & \prod_{i=1}^{n} c_i k_i - m_j \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_j \cdot k_{j+1}} - m_l \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_l \cdot k_{l+1}} - m_t \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_t \cdot k_{t+1}} + m_j \cdot m_l \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_j \cdot k_{j+1} \cdot k_l \cdot k_{l+1}} + \\ & + m_j \cdot m_t \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_j \cdot k_{j+1} \cdot k_t \cdot k_{t+1}} + m_l \cdot m_t \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_l \cdot k_{l+1} \cdot k_t \cdot k_{t+1}} - m_j \cdot m_l \cdot m_t \frac{\prod_{i=1}^{n} c_i k_i}{k_j \cdot k_{j+1} \cdot k_l \cdot k_{l+1} \cdot k_t \cdot k_{t+1}}. \end{aligned} \tag{6}$$

Обозначим последовательность $M\{m_1..m_t\}$ как количество убранных ребер между двумя спрайтами, последовательность $p\{p_1...p_t\}$ сопоставим с произведениями количеств образцов соседних спрайтов. Пусть Ω – множество всех возможных подмножеств множества $\{\frac{m_1}{p_1}...\frac{m_t}{p_t}\}$; $\phi(\Omega)$ – мощность множества вычисляется по формуле:

$$\phi(\Omega) = 2^t - 1. \tag{7}$$

Пусть множество $T\{T_0, T_1..T_t\}$ будет соответствовать значениям, взятым из треугольника Паскаля, некоторая функция $F(i,j,t)$ возвращает значение $\dfrac{m(i,j,t)}{p(i,j,t)}$ такое, что будет сопоставлено элементу множества $\Omega(i,j,t)$. Введем также обозначение $P=\prod_{i=1}^{n} c_i k_i$. Тогда, приводя к общему виду, получим формулу для расчета оценки $K_{\max}$:

$$K_{\max} = P(1-\sum_{i=1}^{T_1}\prod_{j=1}^{1} F(i,j,1)+\ldots+(-1)^t\sum_{i=1}^{T_t}\prod_{j=1}^{t} F(i,j,t)) . \tag{8}$$

Для целого ряда объектов, где возможно удалить между соседними блоками все несочетающиеся элементы, такое упрощение может привести к значительной минимизации значения $K_{\max}$, в то время как построить оценку удаления произвольных ребер в общем виде достаточно не просто.

Другим важным средством минимизации значения $K_{\max}$ является оптимизация спрайтовой модели объекта. Пусть имеется некоторая часть изображения, разбитая на несколько однотипных по функциям спрайтов, например один элемент может состоять из r небольших участков, различающихся цветом (набор цветов при этом может быть одинаков или дополнен). В таком случае спрайты можно объединить, а количество однотипных образцов будет соответствовать числу перестановок из n объектов по r. Это число вычисляется по комбинаторной формуле:

$$K_i(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!} . \tag{9}$$

В ходе комплексного решения, применимого к конкретным практическим задачам, предлагается использовать следующее алгоритмическое соотношение для вычисления факториала:

$$n! = \sum_{i=0}^{n}(-1)^{i+n} i^n \cdot C_n^i , \tag{10}$$

где C_n^i – сочетание из n объектов по i может быть рассчитано с помощью достаточно простого и не ресурсоемкого рекуррентного алгоритма нахождения чисел треугольника Паскаля:

$$\binom{n}{i}=\binom{n-1}{i}+\binom{n-1}{i-1} . \tag{11}$$

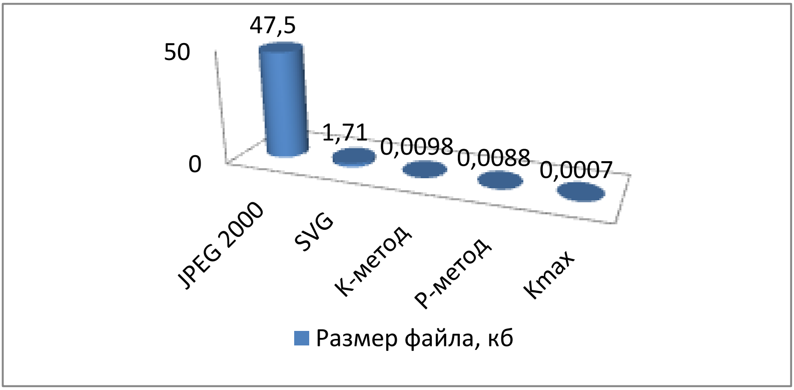

Рисунок 2 –Сжатие графического изображения с помощью растровых и векторных форматов и методами разбиения на спрайты

Формула (10) была получена на основе анализа степенных рядов, а именно путем последовательных вычитаний соседних элементов, а затем повторением данной операции n раз. Как выяснилось, в результате для ряда степени n разница на последнем итеративном шаге сводится к значению $hn!$, где h выполняет функцию расстояния между элементами изначальной последовательности. Данное отношение имеет ряд оптимизационных свойств, характерных для некоторых вычислительных операций или аналитических оценок.

В ходе проведений экспериментов были получены результаты, показывающие актуальность разрабатываемой модели и алгоритмической базы. На рис. 2 приведена диаграмма, характеризующая уровень сжатия исходного графического изображения на примере растровых, векторных форматов, а также методами разбиения изображения на спрайты. В зависимости от предлагаемой модели и конкретного изображения характеристики уровня сжатия будут колебаться, однако общая тенденция сохранится. Таким образом, это позволяет экономить трафик и загрузку сети, а также хранить в сжатом виде целые наборы изображений.

Список литературы: ***1.*** Андерсон Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика. – Москва – Санкт-Петербург – Киев: издательский дом Вильямс, 2004.– 959 с. ***2.*** Jim Gray, David T. Liu, Maria Nieto-Santisteban, Alex Szalay, David J. DeWitt, Gerd Heber. Scientific Data Management in the Coming Decade. – SIGMOD Record, Vol. 34, No. 4, Dec. 2005. ***3.*** Божко А. Н., Толпаров А. Ч. Структурный синтез на элементах с ограниченной сочетаемостью. – Москва: Инженерное образование.– 2004.– №5.– http://www.techno.edu.ru:16001/db/msg/13845.html. ***4.*** Weisstein Eric W. Pascal's Triangle .– Aug. 2005. – http://mathworld.wolfram.com/PascalsTriangle.html. ***5.*** Weisstein Eric W. Factorial. – Dec. 2005. – http://mathworld.wolfram.com/Factorial.html.

Поступила в редколлегию 26.04.07